



F: スタンプ集め

JAG 模擬国内予選 2015

原案：保坂

解答：澤・保坂・水野・森・矢藤

解説：保坂



問題概要

- n 頂点 m 辺の有向グラフ
- 各辺には $a () [] + *$ のいずれかの文字
- s から t まで辿って, 通った辺の文字を順に並べて「正しい数式」を作れるか?

- $1 \leq n \leq 200$
- $1 \leq m \leq 100,000$

問題概要

- 「正しい数式」とは, 以下の文法で定義される expression

expression \rightarrow term | expression * term

term \rightarrow factor | term * factor

factor \rightarrow a | (expression) | [expression]

簡単な場合

- もし s から t まで一本道だったら？
 - 文字列が正しい数式かどうか判定するだけ
 - この場合が解けないと解けません
- 構文解析問題
 - 国内予選頻出
 - 再帰下降法などは既存の資料で学習しておきましょう

方針

- 区間 DP による構文解析

a 文字目から b 文字目までで expression になっているか？ term になっているか？ etc.

方針

- 区間 DP による構文解析の応用

a 文字目から b 文字目までで expression になっているか？ term になっているか？ etc.



頂点 u から頂点 v まで辿って expression になれるか？ term になれるか？ etc.

ところで

- 式の「意味」はどうでもいいのでこういう文法だと思っても同じ

$\text{expr} \rightarrow a \mid \text{expr op expr} \mid (\text{expr}) \mid [\text{expr}]$

$\text{op} \rightarrow + \mid *$

方針

- $f[j][u][v]$:= 頂点 u から頂点 v まで辿って種類 j になれるか？
- 初期化 : $f[\text{op}][a_i][b_i]$ など
- 遷移 : $f[\text{expr}][u][v]$ かつ $f[\text{op}][v][w]$ かつ $f[\text{expr}][w][x]$ ならば $f[\text{expr}][u][x]$ など

方針

- $f[j][u][v] :=$ 頂点 u から頂点 v まで辿って種類 j になれるか？
 - 状態 $O(n^2)$ 個
- 初期化 : $f[\text{op}][a_i][b_i]$ など
- 遷移 : $f[\text{expr}][u][v]$ かつ $f[\text{op}][v][w]$ かつ $f[\text{expr}][w][x]$ ならば $f[\text{expr}][u][x]$ など
 - 遅そう

高速化

- 3 個繋げるのは大変そうなので, `op expr` とかを繋げたものも用意する

`expr` → `a` | `expr opexpr` | `(expr)` | `[expr]`

`opexpr` → `op expr`

`expr)` → `expr)`

`expr]` → `expr]`

`op` → `+` | `*`

`(` → `(`

`)` → `]`

`[` → `[`

`]` → `]`

高速化

- $f[j][u][v]$ をどういう順で埋めるか？
 - queue を使うとよい
 - BFS っぽくやる
 - $f[j][u][v]$ が true になった (j, u, v) は push する
 - (j, u, v) を pop したら, $(*, *, u)$ あるいは $(*, v, *)$ の形の状態をすべて調べて ($O(n)$ 通り) 新たに true になるものを探す
 - 全体で $O(n^3 + m)$ 時間

教養

- 文脈自由文法の Chomsky 標準形
 - ◻ 以下の 3 種類の生成規則のみからなる文法
 - $A \rightarrow BC$
 - $A \rightarrow \alpha$, α は終端記号 (1 文字)
 - $S \rightarrow \varepsilon$, S は開始記号
 - ◻ 文脈自由文法は必ずこの形に変形できる
 - ◻ 何かと便利

結果

- Accepted / Trying Teams / Submissions
 - 5 / 5 / 7

- First Acceptance
 - IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII (109:40)