JAG 模擬地区予選 練習会 2015

F: Modern Announce Network

原案: Darsein

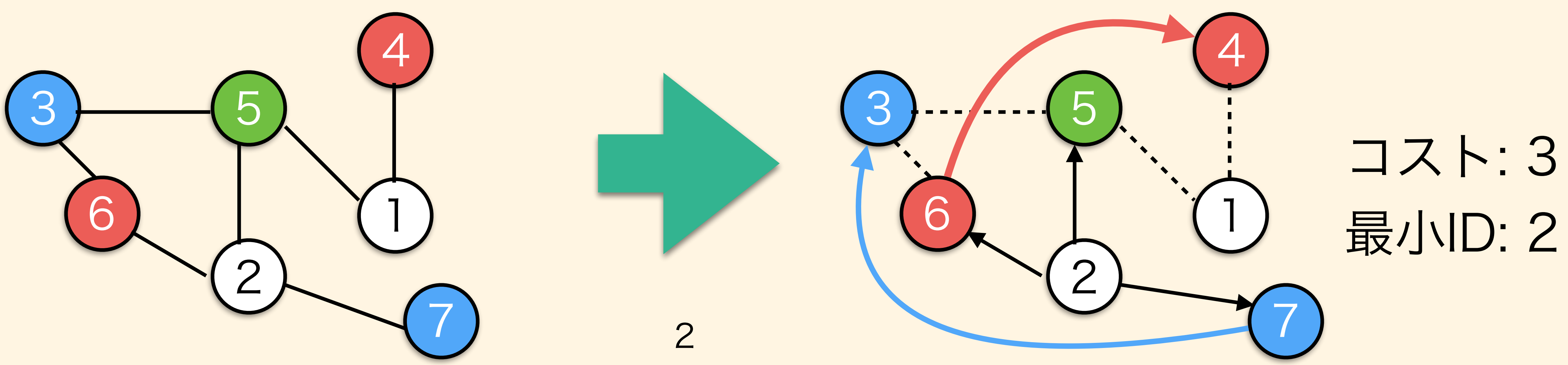
問題文: kohyatoh

解答: Darsein, kohyatoh, Mi_Sawa

解説: Darsein

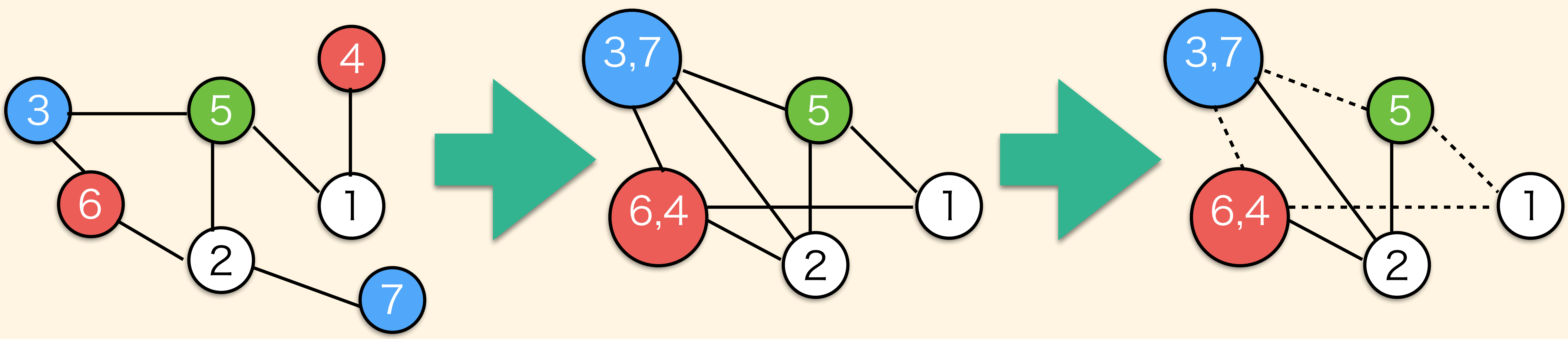
問題概要

- 頂点N個、辺M本のグラフがある
- 一部が3色に塗られている (他は塗られてない)
- 同じ色同士は(辺の有無に関わらず) コスト0、辺を使うとコスト1で通信できる
- 通信を用いて塗られている頂点すべてで情報を共有する最小コストと、そのとき最初に情報を教えるべきID最小頂点を求めよ
- 制約 $1 \leq N \leq 10^4$, $1 \leq M \leq 5 \times 10^5$



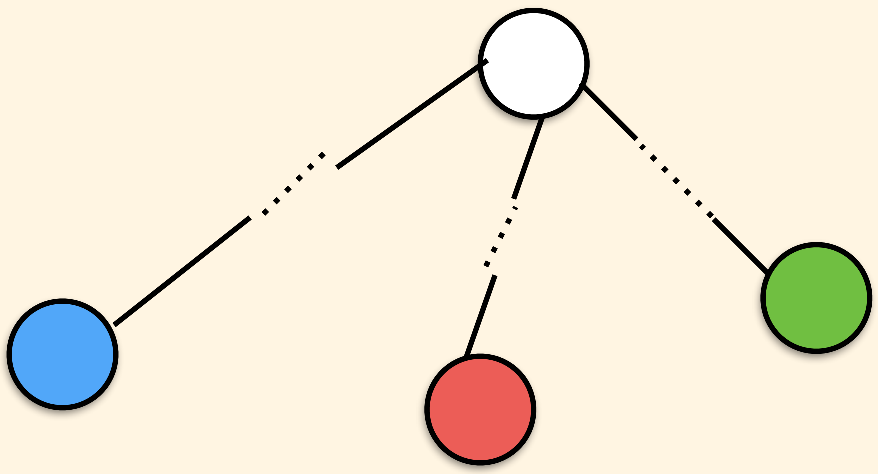
考察

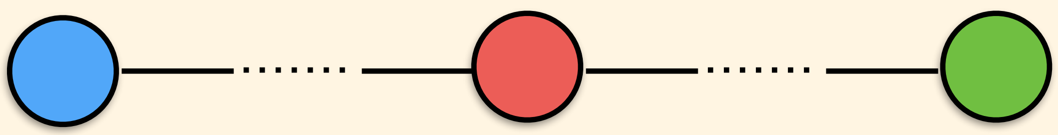
- 同じ色の頂点は同一だと見てまとめてよい
- すると、3頂点の最小シュタイナー木問題になる
  - シュタイナー木: 与えられたグラフ中の指定された頂点を連結にする部分木



考察

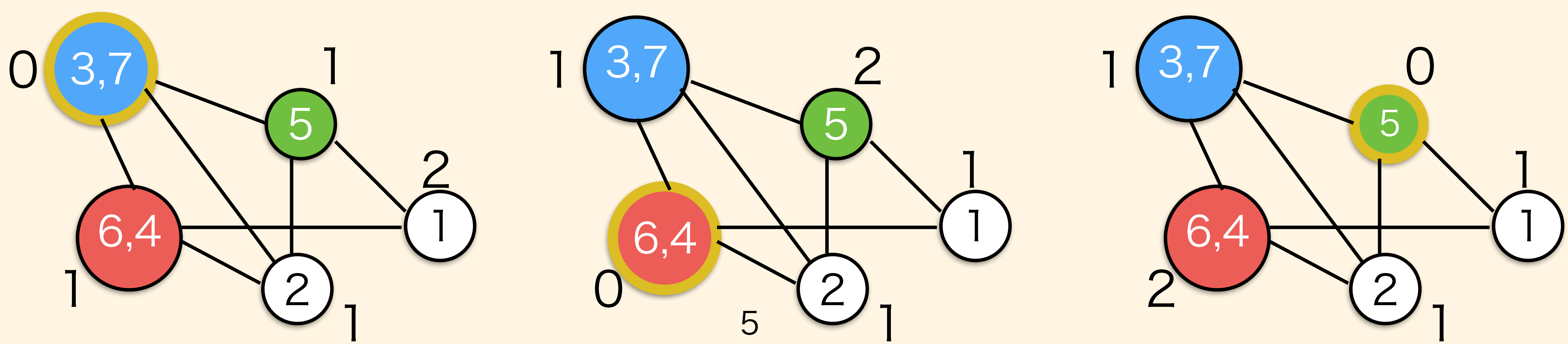
- 3頂点の最小シュタイナー木は以下のいずれかの形
  - 3頂点を葉とする木
  - 2頂点が端で、途中にもう1頂点を含むパスグラフ
    - 後者も前者の特殊系と見なせる





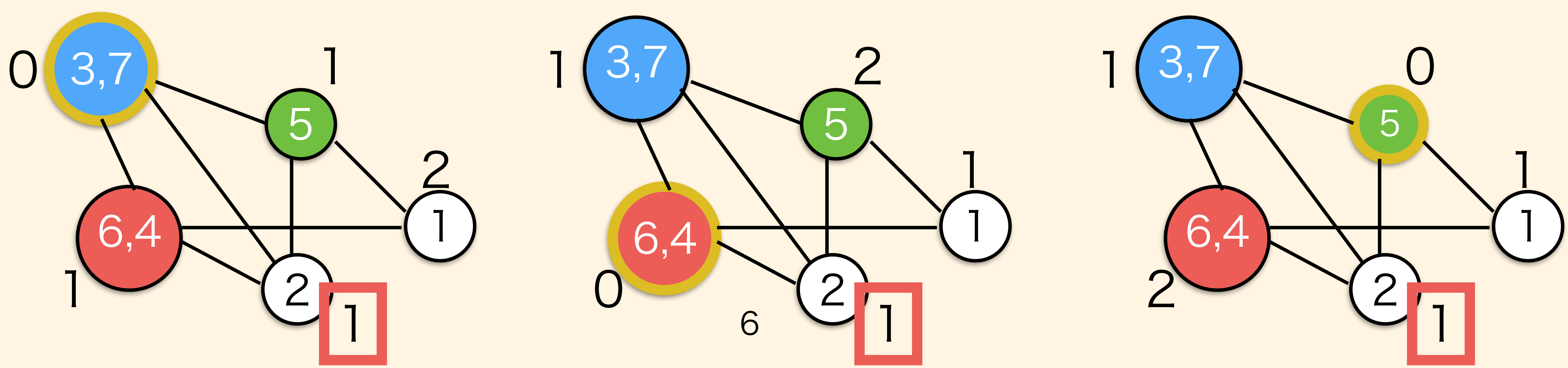
解法: BFS

- よって、「各頂点から3頂点への最短路和」の最小値 = 最小シュタイナー木のコスト
- 3頂点から各頂点への最短路を求め、(BFSなら O(N+M))
- 各頂点でその和を足す O(N)
- 3頂点まとめもO(N+M)でできるので全体でO(N+M)



解法: BFS

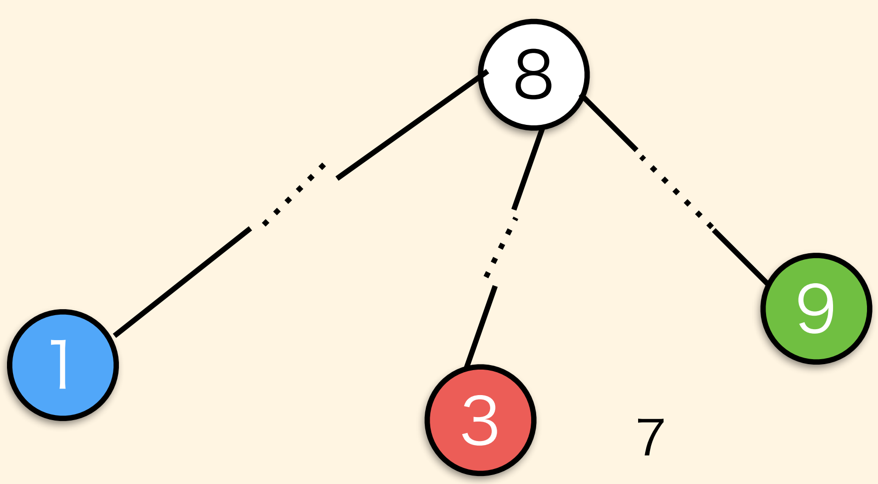
- よって、「各頂点から3頂点への最短路和」の最小値
  = 最小シュタイナー木のコスト
- 3頂点から各頂点への最短路を求め、(BFSなら O(N+M))
- 各頂点でその和を足す O(N)
- 3頂点まとめもO(N+M)でできるので全体でO(N+M)



注意

- 伝える最小IDの頂点 ≠ 最小シュタイナー木の根
- 伝える最小IDの頂点

  = 最小シュタイナー木に含まれる最小IDの頂点
  - BFSするときに、パスに含まれる最小IDの頂点も一緒に覚える
  - 答え = min(3頂点へのパスに含まれる最小ID)



ジャッジ解

- Darsein: 72行 1519B (C++)
- kohyatoh: 95行 2960B (Java)
- Mi_Sawa: 57行 1714B (C++)

統計情報

- Acceptance Rate
  - Accept/Submission: 22/51 (43%)
- First Accept
  - online: 1,000,000,007 (45:30)
  - onsite: 1,000,000,007 (45:30)