

夏合宿 2019 I

# Zombie Land

原案 : smiken

問題文 : blue\_jam

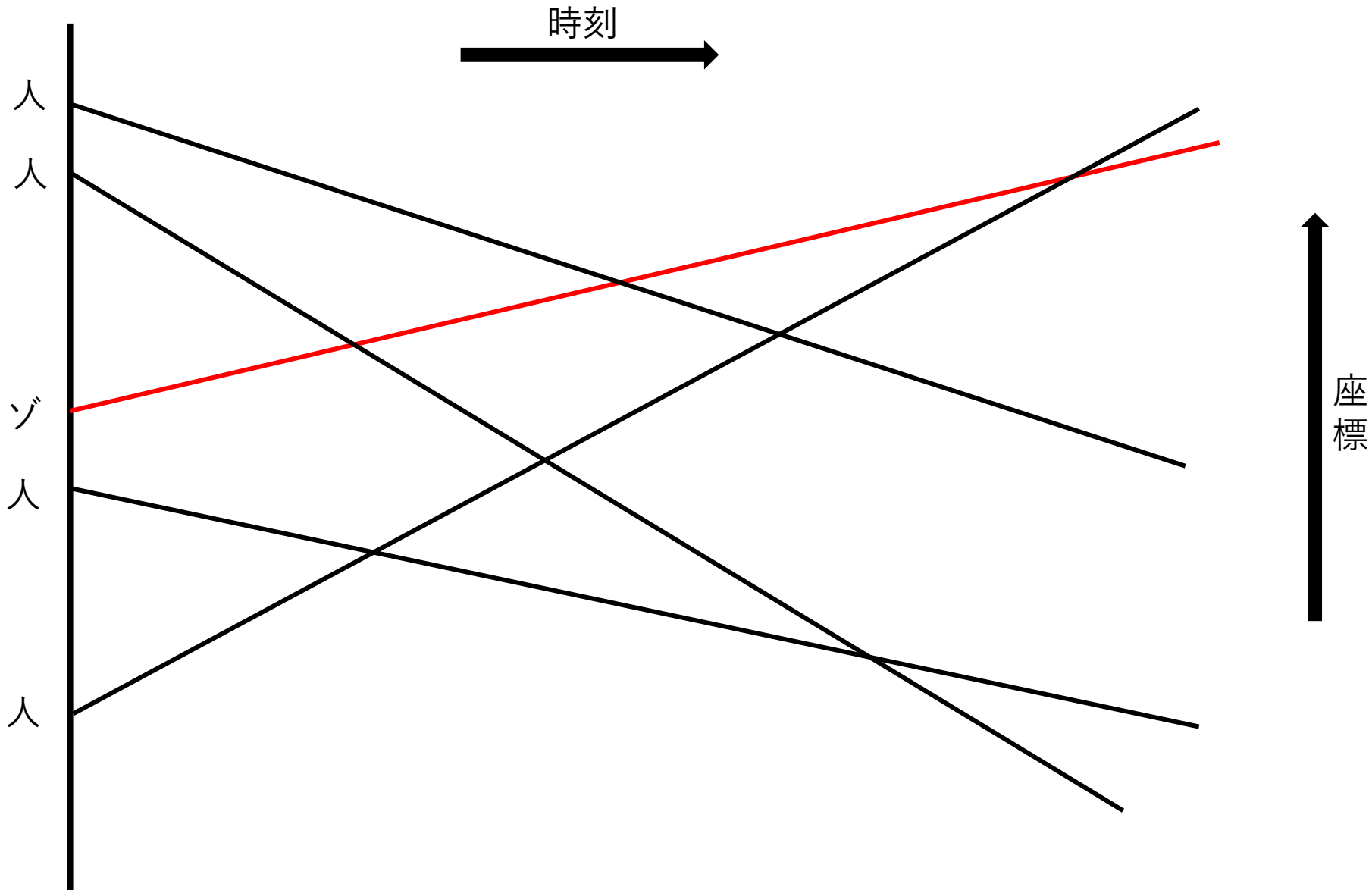
データセット : smiken

解説 : smiken

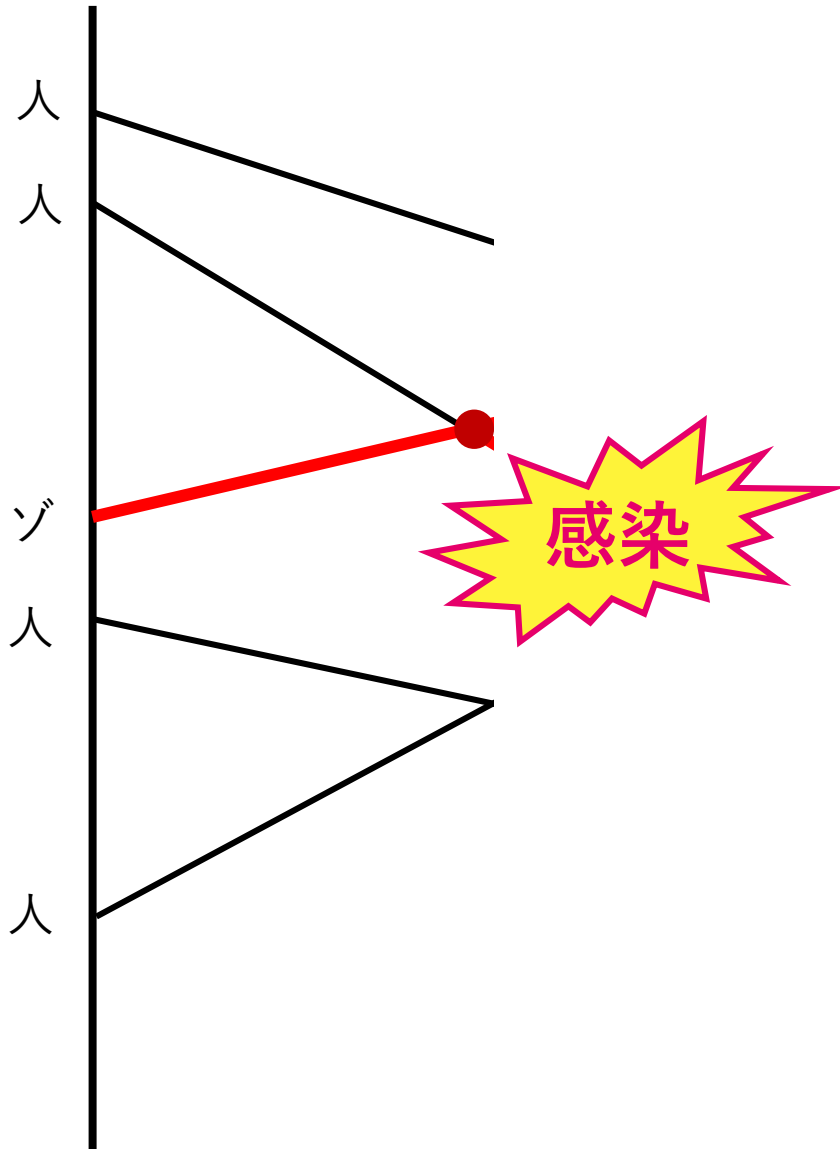
# 問題概要

- 一直線の道でゾンビとN人の人間が一定速度で歩く
- ゾンビと人間が接触すると人間はゾンビになる
- 各人がゾンビになる時刻は？

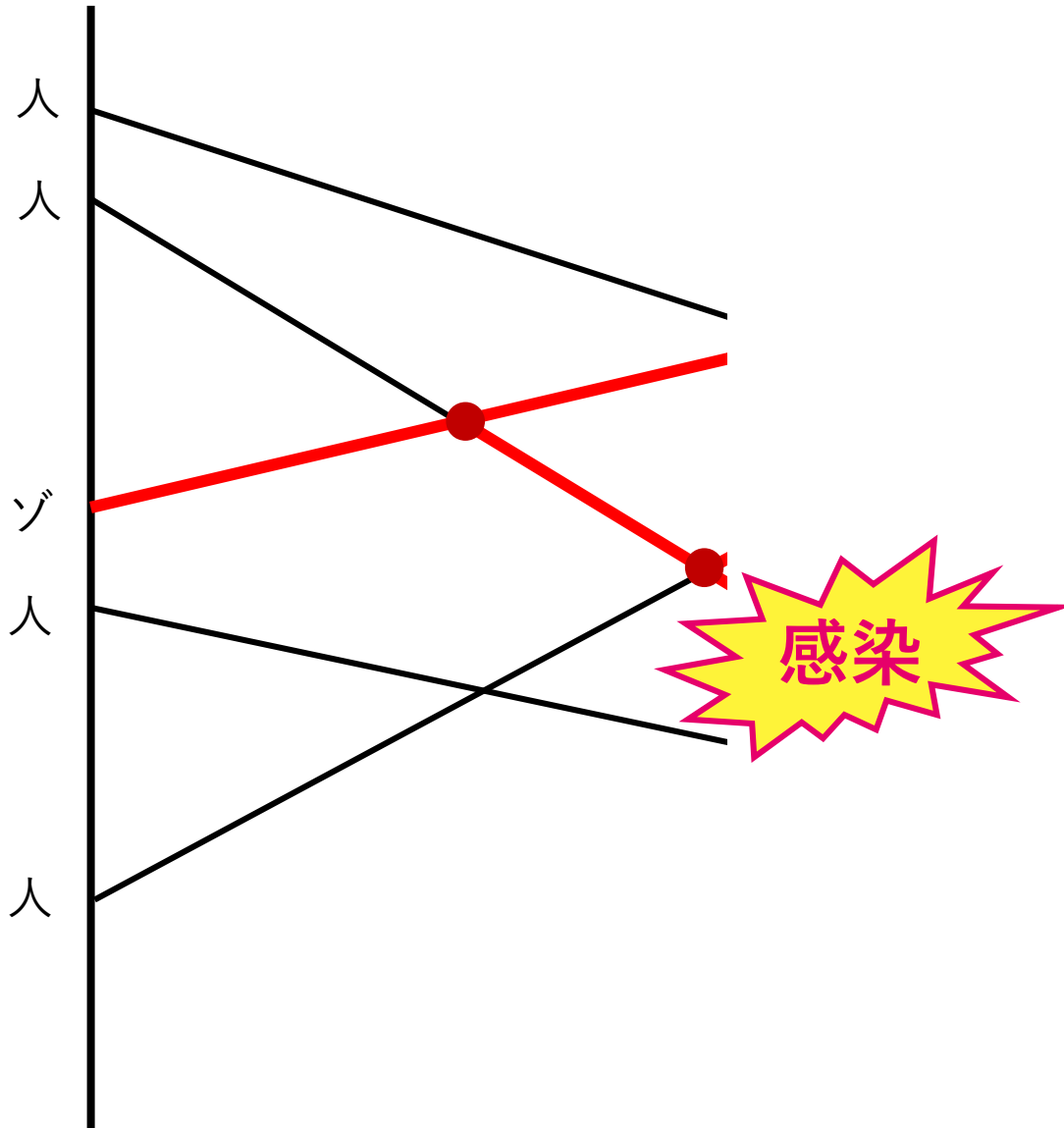
# ダイヤグラムを考える



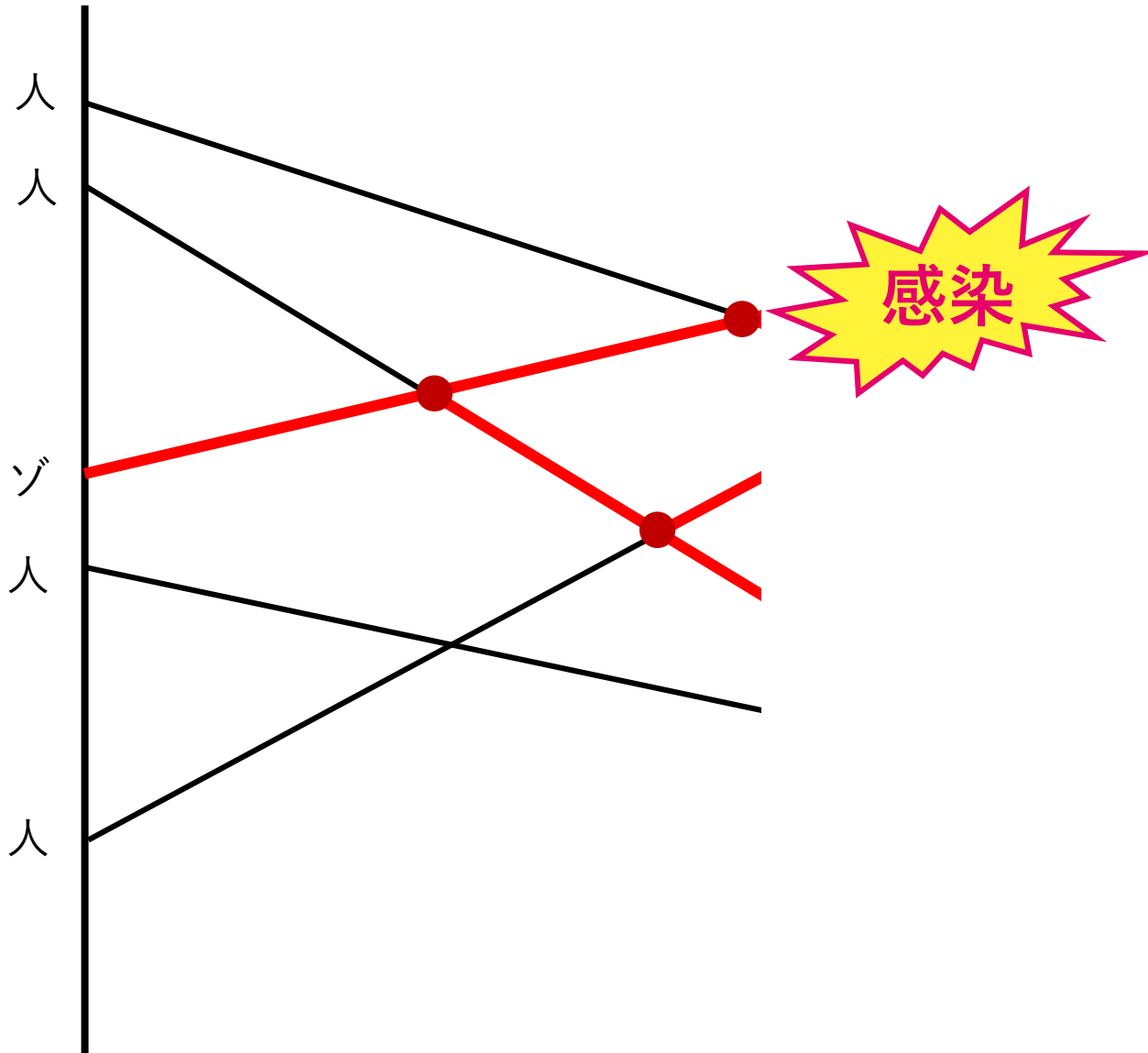
# ダイアグラムを考える



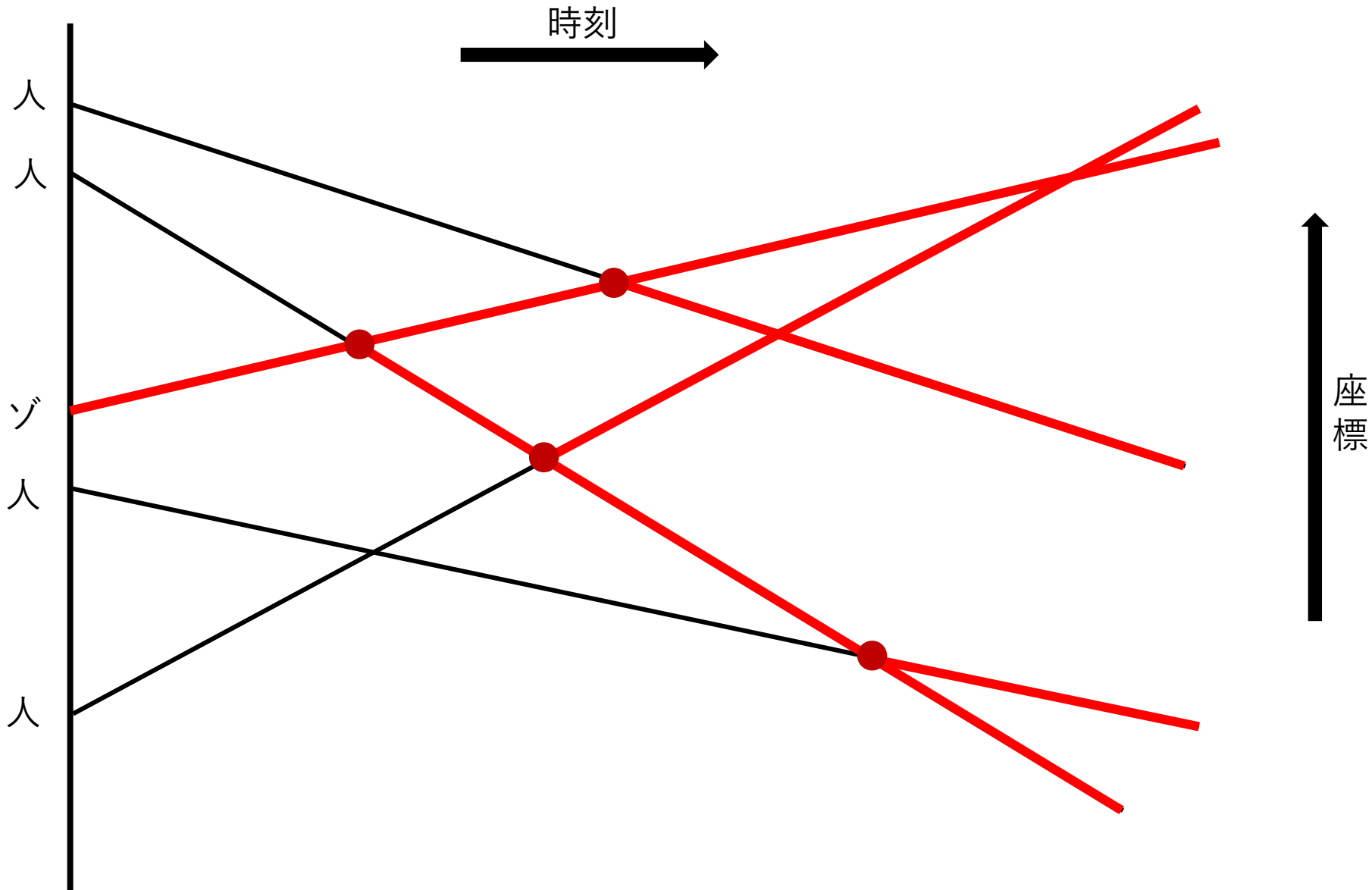
# ダイアグラムを考える



# ダイヤグラムを考える



# ダイヤグラムを考える



# 位置と速度を正規化

- ある人が感染する時刻は、  
自分と「自分以外の誰か」が交差する時刻のどれか
  - 全員の速度と全員の位置に  
それぞれ定数を加えても時刻は不変
- (二人の交差する時刻は  
一般に  $t = -\frac{X-x}{V-v}$  なことから確認できる)
- 以下簡単のために  
ゾンビの**初期位置と速度を 0** に正規化して考える



# 人間が生き残る条件

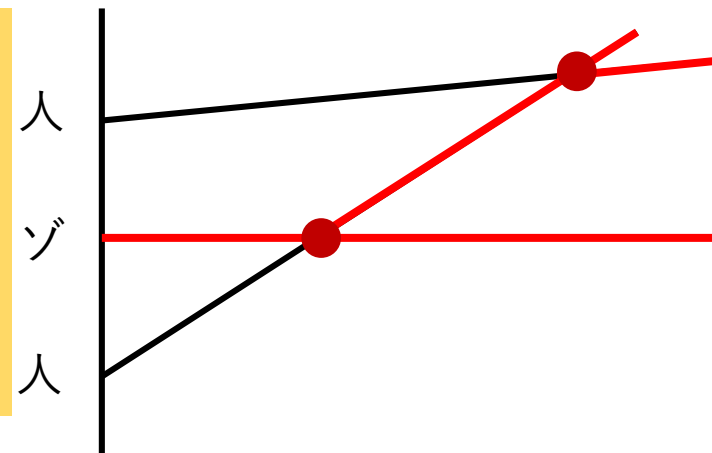
以下，初期位置が正の人間の立場から考える

- ・ 速度が負の場合はいつかゾンビと交差するため必ず感染する
- ・ 速度が非負の場合は
  - ・ 初期位置が負の人間と交差することがあれば必ず感染する（なぜなら交差相手は必ずゾンビの状態で行ってくる）
  - ・ それ以外の場合は生き残れる



初期位置正の人間が生き残る条件は

自分の速度が，  
 $\max(\text{初期位置負の人の速度最大値}, 0)$   
以上であること



# 感染する時刻

10

- ・ 初期位置が自分より大きい人間は自分の感染時刻に影響しない
  - ∵ 彼らとすれ違う時に彼らはゾンビではない
- ・ 初期位置が正だが自分より小さい人間も感染時刻に影響しない
  - ∵ ゾンビ状態の彼らとすれ違う時には自分はずでにゾンビ

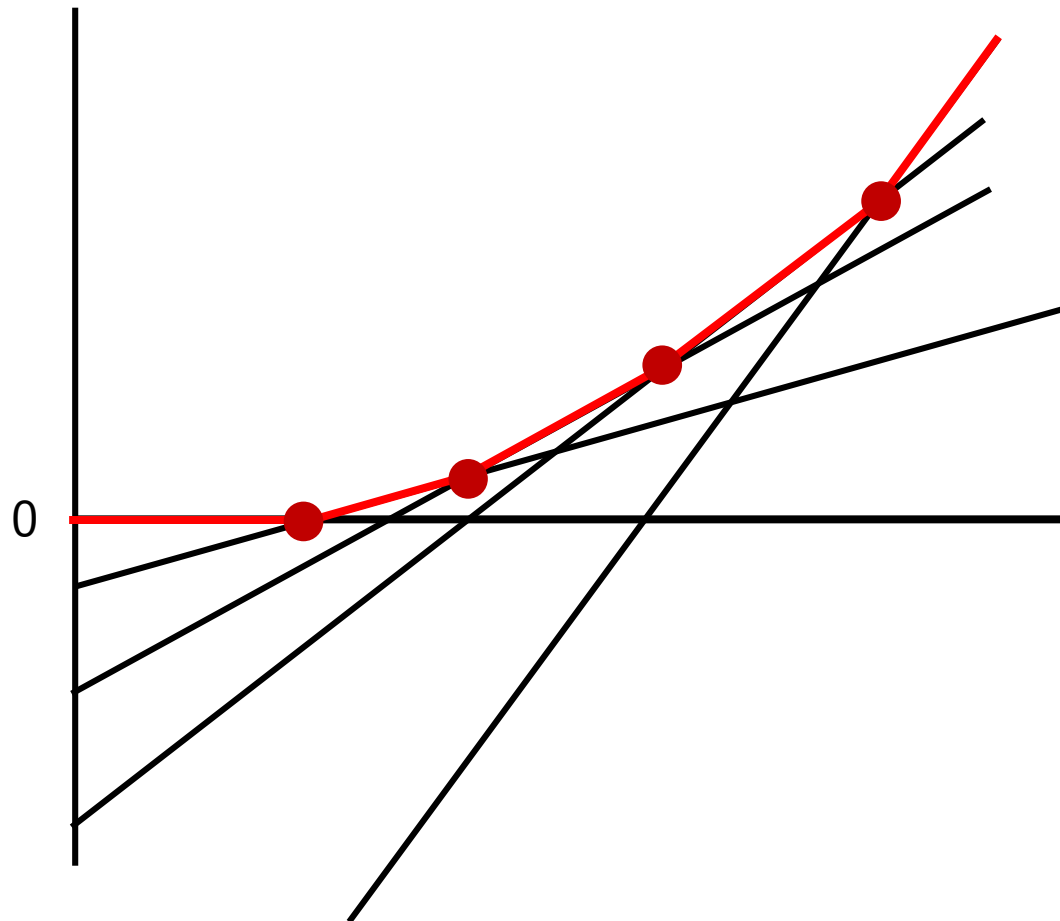
故に,

**(初期位置が非正の人∪ゾンビ)の中で  
最初に出会った時間が答**

これで $O(N^2)$ になる→さらに高速化が必要

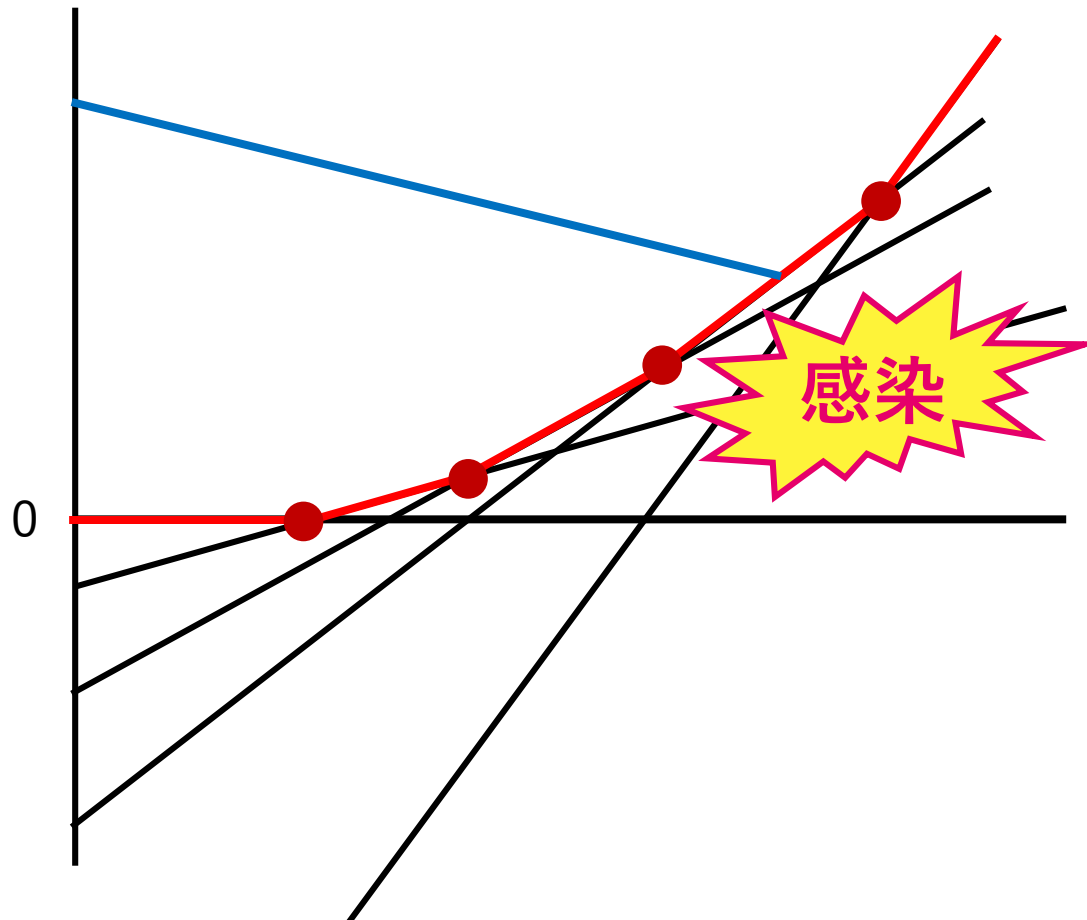
# 感染する時刻

時刻  $t$  で最も位置が正方向に進んできているゾンビを考えると  
ダイアグラム上では凸な折れ線になっている



# 感染する時刻

時刻  $t$  で最も位置が正方向に進んできているゾンビを考えると  
ダイアグラム上では凸な折れ線になっている



# 折れ線の管理

- ・ 強いデータ構造に任せる (Li-Chao セグメント木)
- ・ 傾きでソートして折れ線に登場するかシミュレート
  - ・ 同じ傾きが複数あるなら切片が最大以外を捨てる
  - ・ 傾きが小さい順にソートして各半直線に対して
    - ・ 現時点の折れ線の末尾に自分を追加したときに不必要になる線分を消したあとで自分を追加を繰り返す (半直線の個数に対して線形時間)

折れ線を構成する線分の個数は $\Theta(N)$ になりえるので注意

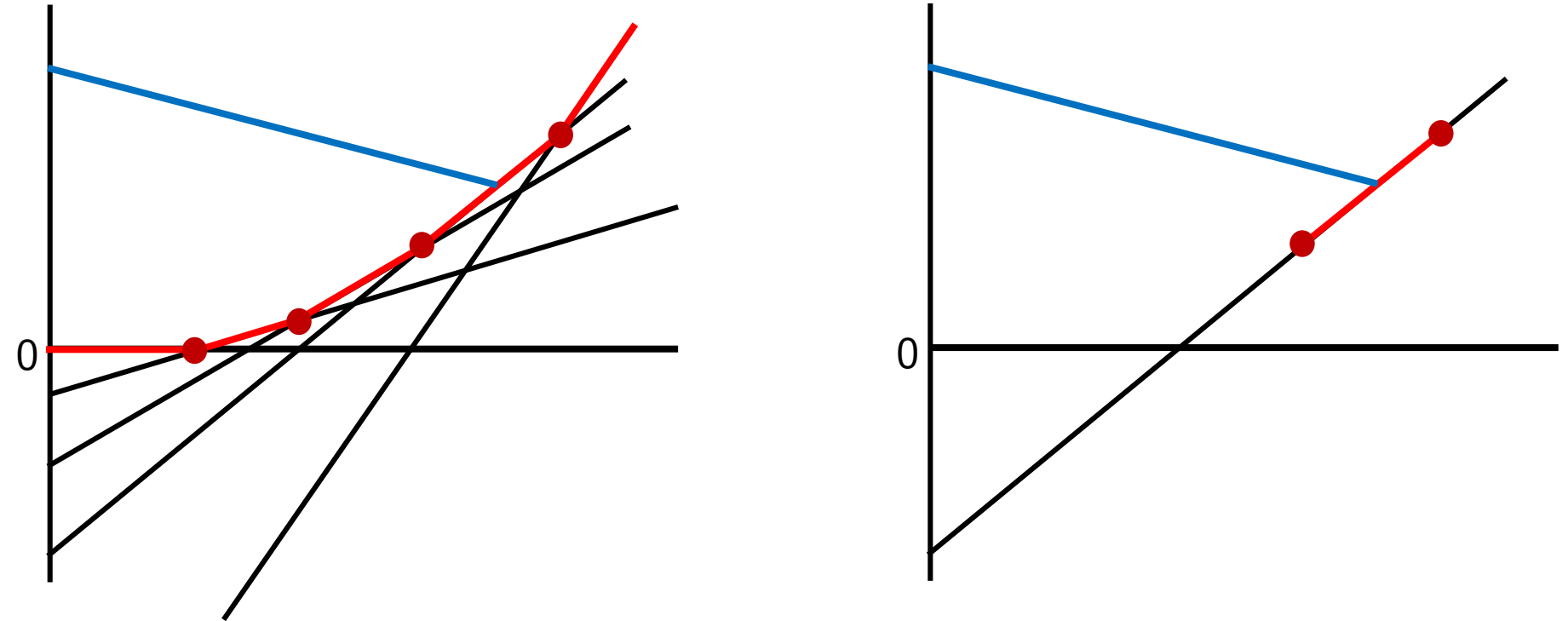
# 折れ線のどの線分で交わるか

まず折れ線のどの線分で交差するかで二分探索

- ①線分を選んで、その線分を含む**直線と交差する時刻**を求める  
その時刻が線分が生きている時刻より前なら  
左側の線分集合を探索  
(この方法だと線分の傾きが自分の傾き以下のとき別処理)
- ②線分の始点と終点で、  
自分と線分の**上下関係が逆転するか**チェック  
(区間の端点の時刻を分数で保持する場合は、  
大小比較でのオーバーフローに注意)

**$O(\log N)$  で線分を特定できる**

# 解を求める



どの線分で交わるか判明すれば、感染時刻を $O(1)$ で厳密に求められる

**一人あたり $O(\log N)$ で答えがわかる**

# 統計情報

正答数 4  
提出数 37

FA オンサイト

UKUNICHIA (261 : 18)

FA 全体

maroon\_rk (221 : 56)