

# JAG ICPC模擬地区予選2021

## F: qarentheziz zepuence

---

原案 : riantkb

問題文 : riantkb

データセット : Darsein

解答 : beet, hos, riantkb

解説 : riantkb

# 問題概要

- 括弧列  $S$  に対し、以下のクエリを  $Q$  個処理せよ
- クエリ1:  $S$  の  $l$  文字目から  $r$  文字目までについて、'(' と ')' を flip する
- クエリ2:  $S$  の  $l$  文字目から  $r$  文字目までからなる文字列に対し、  
以下の操作を好きなだけ行ってバランスの取れた  
括弧列にする時の操作の最小回数
  - 操作1:  $S$  の先頭に ')' を足す
  - 操作2:  $S$  の末尾に '(' を足す
  - 操作3:  $S$  の隣り合う 2 つの文字を swap する
- $|S|, Q \leq 150,000$

# 考察

- まず、単一の文字列に対し最小の操作回数を求めることを考える
  - 操作1、2については両方行う必要はなく、開き括弧と閉じ括弧の個数が一致していない時に必要数分のみ最初に行うとして問題ない  
(以下ではすでにそれを行ったものとする)
- 同じ文字同士を swap させる意味はなく、また “( )” → “)(” とするメリットもないため、“)(” → “( )” のみ考えれば良い
- このとき、累積和を考えると swap した箇所が 2 だけ大きくなることがわかる

(	)	)	)	(	(
1	0	-1	-2	-1	0
(	)	)	(	)	(
1	0	-1	0	-1	0

# 考察

- バランスの取れた括弧列である必要十分条件が累積和で負の値が存在しない (かつ全体の和が 0) であることを踏まえると、操作回数の下界は累積和を  $s_i$  と置くと  $\sum_{s_i} \max(0, \lceil \frac{-s_i}{2} \rceil)$  であるとわかる
- かつ、上記は達成可能である
  - バランスの取れた括弧列でないときに必ず負の位置を +2 するという swap が可能であるということが言えればよいが、例えば  $s_i$  が最小となる  $i$  がそれに該当する

# 考察

- 今回の問題を考える
- flip クエリを処理しつつ「ある区間の累積和である値以下のものの総和」がわかれば良い
  - 切り上げをしなければならないので、場合によってはある値以下の奇数である値の個数、などもわかる必要がある
- これは平方分割で実現できる

# 解法

- 以下では、長さ  $B$  のバケット  $A$  個に分割するとする
- 例えば平方分割の各バケットに以下の値を持たせると実現できる
  - 各要素が '(' (+1) か ')' (-1) か
  - そのバケットが flip しているかどうか
  - バケットの左端から累積和を取ったとき、 $-B \sim B$  の値がそれぞれ何回登場するか
    - これを  $\text{freq}_i$  と呼ぶことにする
  - $\text{freq}_i$  の累積和
  - $i * \text{freq}_i$  の累積和
  - $i$  が奇数のところのみの  $\text{freq}_i$  の累積和

# 解法

- 変更クエリは以下のように処理する
- そのバケットが完全に包含される場合は、flip しているかどうかのフラグのみ反転させる
- バケットの一部が含まれている場合、その区間の各要素をそれぞれ flip し、その後累積和等を計算し直す
- 計算量は  $O(A + B)$

# 解法

- 出力クエリは以下のように処理する
- 左から処理する。バケットの一部のみ含まれる場合は愚直に計算し、完全に包含される場合はそのバケットに入ってきたタイミングでの「深さ」について  $((-\text{深さ}) \text{ 以下の値について総和} + \text{奇数の数}) / 2$  を計算すればよい
- 計算量は  $O(A + B)$



# 解法

- よって、 $A = B = O(\sqrt{N})$ 、とすることで、計算量は  $O(N + Q\sqrt{N})$  となる
  - 定数倍がキツかったり、 $\log$  がつくと基本的には通らなかつたりすると思いますが、愚直  $\Theta(NQ)$  が通らないように調整した結果です、すみません。
  - 複数個のジャッジ解が DOMjudge 上で 0.6 ~ 0.7 sec 程度で通ることを確認しています。

## ジャッジ解

- beet (C++): 164 lines, 3.3 kB
- hos (C++): 246 lines, 5.7 kB
- riantkb (C++): 217 lines, 5.4 kB

# 統計情報

- Acceptances / Submissions
  - 4 / 16 (25.00 %)
- AC teams / Trying teams
  - 4 / 7 (57.14 %)
- First Acceptance
  - UT a.k.a ls (155 min)