

ICPC2022 模擬国内予選 B 問題

お小遣いの最大化

原案: climpet
問題文: climpet
データセット: tsutaj
解答: beet, climpet, cos, hasi, HIR180,
hos, riantkb, tomerun, tsutaj
解説: tsutaj

2022 年 6 月 25 日

問題

お小遣いの最大化

- ▶ 1 から 9 までの数字が 1 つ書かれたカードが N 枚並んでいる
- ▶ また、整数 K が与えられる
 - ▶ $2 \leq K \leq 14, K \leq N \leq 200,000$
 - ▶ N が K の倍数であることが保証される
- ▶ N 枚のカードの中から K の倍数枚破り捨て、残ったカードを順番を変えずに K 枚ずつのグループに分ける
- ▶ それぞれのグループに書かれた数字を K 桁の十進数とみなすとき、 K 桁の数の合計を最大化せよ

$N = 9, K = 3$ のとき



$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 9 & 7 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 5 & 8 \\ \hline \end{array} = 1955$$

解法 (ヒント)

- ▶ 最大化したいものは「 K 桁の数の合計」だが、少し視点を変えて、これを「それぞれの数字の寄与の合計」ととらえる
 - ▶ 例: $12 + 34 \rightarrow (1 \times 10) + (2 \times 1) + (3 \times 10) + (4 \times 1)$
- ▶ 数字 d の寄与はどう計算できる？
 - ▶ 破り捨てた場合: 0
 - ▶ 残した場合: $d \times 10^t$
 - ▶ 数字 d が t 桁目に来ている場合の寄与を表している
 - ▶ t の値は、 d の直前までで何個要素が残っているかに応じて決まる

解けなかった方は、このページまでの情報を使ってもう一度解法を考えてみてください

解法

- ▶ 数字 d の寄与を求めるには、 d の直前までで何個要素が残っているかが必要だった
- ▶ 作る数は K 桁なので、 d の直前までで残った要素数 $\bmod K$ が重要！
 - ▶ 例: $K = 5$ のとき、数字 d の直前までで残った要素が 1 個でも、6 個でも、100001 個でも、 d の寄与は $d \times 10^3$
- ▶ よって、以下の解法を適用できる

動的計画法

$dp[i][j] := i$ 個目の数字まで見て、それまでに $j \pmod K$ 個残している場合の、寄与の合計の最大値

- ▶ 遷移 (破り捨てる・残す) はいずれも $O(1)$ で可能
- ▶ 計算量は $O(NK)$

動的計画法 (Dynamic Programming: DP) とは？

- ▶ 元の問題を、それよりも小さい問題になるように帰納的に解いていく手法のことを「動的計画法」とよぶ
 - ▶ 今回の問題では、「カードの枚数が N のときの答え」を、「カードの枚数が $N - 1$ のときの答え」から導いていた
 - ▶ 問題のサイズが 1 ずつ小さくなっていて、帰納的に解いている
- ▶ DP の問題は、ICPC に限らず様々なコンテストサイトで頻出！
- ▶ DP を学べるコンテンツをいくつか紹介
 - ▶ Educational DP Contest [▶ Link](#)
 - ▶ AtCoder で提供されている動的計画法練習用コンテスト
 - ▶ 動的計画法超入門！ Educational DP Contest の A ~ E 問題の解説と問題集 [▶ Link](#)
 - ▶ この続きとなる記事もあります。リンクは記事内にあります。
 - ▶ DP の話 [▶ Link](#)
 - ▶ DP という技法をより深く理解したい方向け

▶ Writer 解

- beet (C++, 52 行, 1044 bytes)
- climpet (C++, 35 行, 598 bytes)
- cos (C++, 59 行, 1387 bytes)
- hasi (C++, 32 行, 682 bytes)
- HIR180 (C++, 171 行, 4064 bytes)
- hos (Java, 50 行, 1327 bytes)
- riantkb (C++, 34 行, 779 bytes)
- tomerun (C++, 32 行, 770 bytes)
- tsutaj (C++, 39 行, 813 bytes)

▶ 統計

- ▶ AC / tried: 74 / 76 (97.4 %)
- ▶ First AC (国内予選資格あり)
 - ▶ The University of Tokyo: The Raspberry Candies (7 min 31 sec)
- ▶ First AC (国内予選資格なし)
 - ▶ Rubikun (7 min 30 sec)