

# JAG ICPC模擬国内予選2022

## G: 巡回勇者問題

---

原案 : tokoharu

問題文 : tsutaj

データセット : riantkb

解答 : hos, riantkb, tsutaj

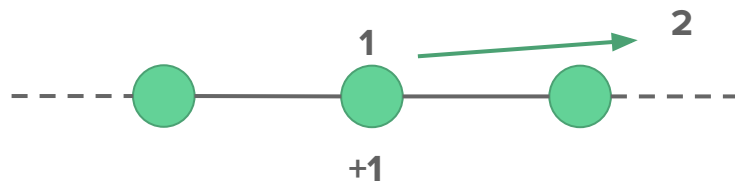
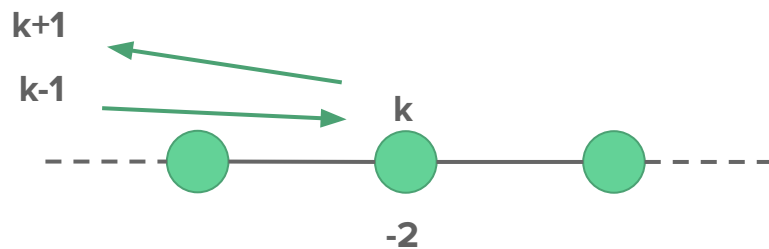
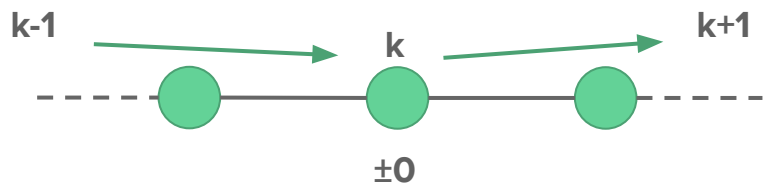
解説 : riantkb

# 問題概要

- 直線状に並んだ  $N$  個の頂点が  $N-1$  本の辺で繋がっている
- 各辺にはコスト  $C_i$  が決まっている
- $N$  個の頂点の訪問順を適切に設定することで、コストの和を最大化せよ  
(訪問順も出力せよ)
  - 訪問順で隣接している 2 つの頂点の間は遠回りしたりしてはいけない
- $2 \leq N \leq 3,000$
- $|C_i| \leq 10^9$

# 考察

- ある頂点の左右の辺に着目すると、その 2 つの辺の通る回数の差は  $-2, -1, 0, 1, 2$  のいずれかである
  - 頂点 1 の左、頂点  $N$  の右は通る回数が 0 の辺があるとする



# 考察

- つまり、各辺を通る回数  $d_0, d_1, \dots, d_{N-1}, d_N$  について、構成可能であるには少なくとも以下の条件を全てが満たす必要がある  
( $d_0, d_N$  はそれぞれ頂点 1 の左、頂点  $N$  の右の仮想的な辺を通る回数、その他  $d_i$  は頂点  $i$  と  $i+1$  を結ぶ辺を通る回数)
  - $d_0 = d_N = 0$
  - 全ての  $1 \leq i \leq N-1$  について、 $d_i > 0$
  - 全ての  $0 \leq i \leq N-1$  について、 $|d_i - d_{i+1}| \leq 2$
  - $|d_i - d_{i+1}| = 1$  を満たす  $i$  がちょうど 2 つ存在する
- これを以降では「辺の制約」と呼びます
- 辺の制約の十分性については後ほど示します

# 考察

- 先述した辺の通過回数制約を満たすものの中でコストが最大になるものを求めることを考える
- これは、  
DP[いま見てる辺][いま見てる辺を通る回数][差分 1 を何回使ったか]  
:= ここまでのコストの和の最大値  
という DP で  $O(N^2)$  で求めることができる
- 次に、DP で求めた各辺の通過回数を満たすような頂点の訪問順序を求める
  - これが常に求まることを示すことで、辺の制約の十分性が示される

# 考察

- 以下のような手続きで頂点の訪問順序を求める
  - $N = 2$  のとき:
    - 辺の制約から、間の辺の通過回数は 1 であるので、 $1 \rightarrow 2$  または  $2 \rightarrow 1$  の好きな方の順序で辺の通過回数を満たすことができる
  - $N > 2$  のとき:
    - 左右の辺の通過回数の差が  $+1$  または  $-1$  であるような頂点 2 つのうち 1 つを選び、その頂点を最初に訪問することにする
    - その頂点の通過回数の差が  $+1$  の場合、その頂点より右にあり通過回数の差が  $0$  または  $-2$  である頂点のうち一番近い頂点との間の通過回数を  $1$  減らし、選んだ頂点を消去する ( $-1$  のときも同様)
    - これを行うことで  $N$  が  $1$  小さい問題に帰着され、さらにこれが常に行える (辺の制約を違反しない) ことが示せる
      - 端点スタートでない限り回数  $1$  の辺を通過しないため

# 解法

- 以上より、各辺を通る回数を DP により求めたのち、貪欲に近い方法で頂点の訪問順を決定することでコストが最大となる訪問順(の一つ)を求めることができる
- 計算量は  $O(N^2)$  となる

## ジャッジ解

- hos (C++): 207 lines, 5.8 kB
- riantkb (C++): 130 lines, 3.9 kB
- tsutaj (C++): 130 lines, 3.3 kB



# 統計情報

- AC teams / Trying teams
  - 11 / 14
- First Acceptance
  - tonosama (90:07)