

E: Sharp 2-SAT

原案 : hos

問題文 : amylase

データセット : climpet

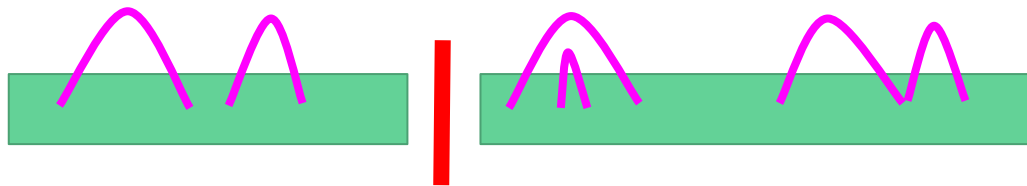
解答 : beet, climpet, fuppy, hos

問題概要

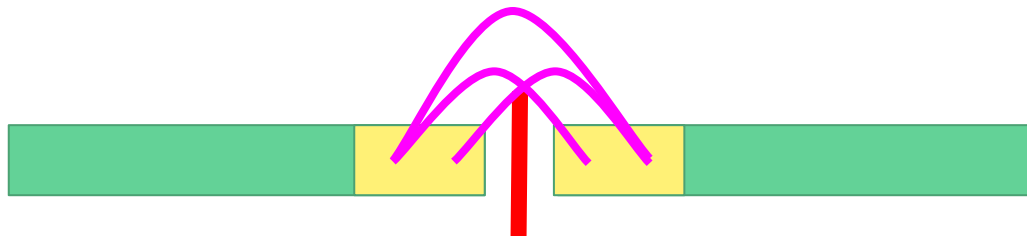
- bool 変数 $x[1], \dots, x[N]$ についての M 節の 2-SAT のインスタンスが与えられる
$$(x[13] \vee \neg x[12]) \wedge (x[6] \vee x[4]) \wedge (\neg x[6] \vee x[4]) \wedge (\neg x[10] \vee \neg x[10])$$
- **ただし同じ節に登場する変数の index の差は ≤ 2**
- 各 $k = 0, \dots, N$ に対し、充足する割り当てのうちちょうど k 変数を true にするものの個数 mod 998244353 を答えよ
- 制約: $1 \leq N \leq 100,000, 1 \leq M \leq 100,000$

考察

- 列を切って条件が左右独立になってたら → **畳み込み**



- なってなくても自分で切る → **分割統治** → 区間の端の情報が要る



解法

- $f(l, r, A, k) :=$ 区間 $[l, r)$ に対する割り当てであって、「端の情報」が A で、 k 変数が true で、区間内に含まれる条件はすべて満たすものの個数
 - 「端の情報」は左端 2 マスと右端 2 マスに何を割り当てたか \rightarrow 最大 2^4 通り
- $[l, r)$ を $[l, (l+r)/2)$, $[(l+r)/2, r)$ に分けて再帰して、畳み込みでマージ
 - 左右の「端の情報」の組 $2^4 \times 2^4$ 通り (のうち条件を満たすもの) について畳み込み
- base case: $r-l \leq 3$ あたりで全探索するとよい
- 2-SAT の条件は前処理して変数の index から取得できるようにしておく
- 時間計算量 $\Theta(N (\log N)^2 + M)$

計算量

- $2^4 \times 2^4$ 回 $\Theta((r-l) \log (r-l))$ 時間で畳み込むとおそらく TLE
- 左右の区間について各「端の情報」ごとに FFT しておいて、各点積を足し上げてから戻すと 3×2^4 回の FFT で済む
 - 参考: 成分が d 次多項式の $n \times n$ 行列の積も同様にすると $\Theta(n^3 d \log d)$ 時間が $\Theta(n^3 d + n^2 d \log d)$ 時間になる
- 一般に index の差が $\leq K$ だったら $\Theta(2^{3K} N \log N + 2^{2K} N (\log N)^2 + M)$ 時間

統計情報

- Acceptances
 - 1 team
- First Acceptance
 - QWE_titled (228 min)