

L: Tree Automorphism

原案 : climpet

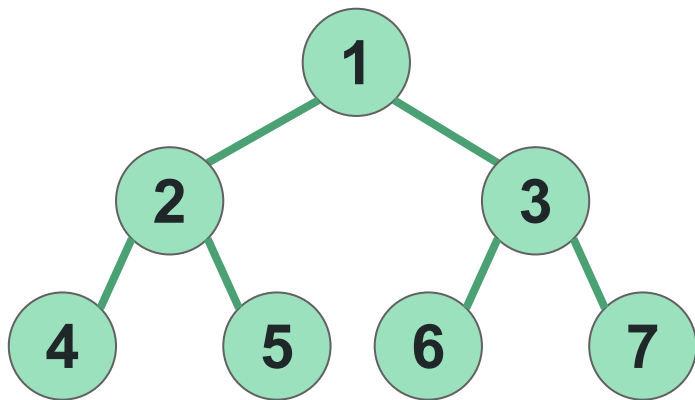
問題文 : tsutaj

データセット : riantkb

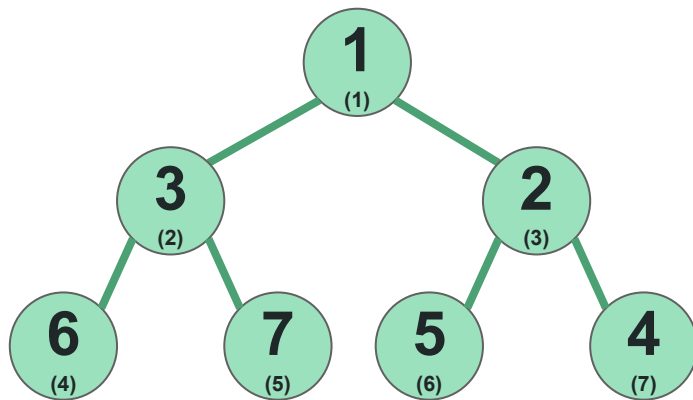
解答 : beet, hos, riantkb, smiken, tsutaj

問題概要

- N 頂点の木 T が与えられる
- 以下を満たす $(1, 2, \dots, N)$ の順列 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ は何通りあるか？
 - 辺 $\{u, v\}$ が T に存在するならば、辺 $\{p_u, p_v\}$ も T に存在する
- 例



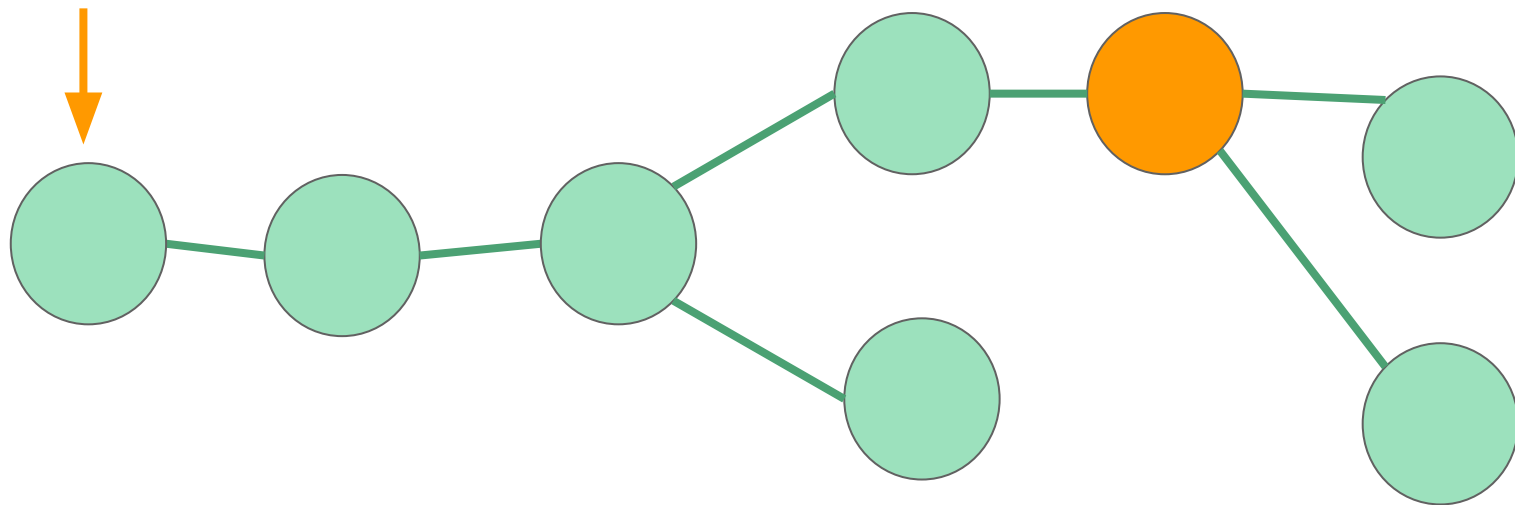
入力 T



条件を満たす順列の一例
(括弧内の整数は順列の添字)

前提知識

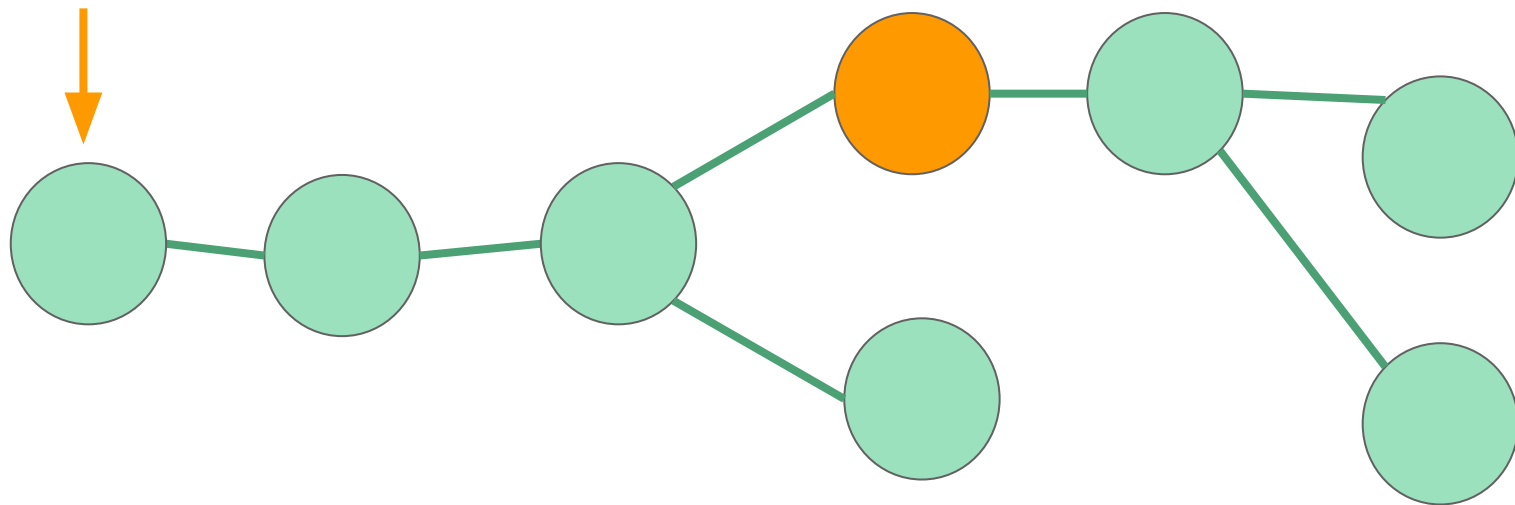
- 木の中心: 最も遠い頂点までの距離が最小となる頂点のこと
- 中心は 1 個または 2 個存在する



橙色で塗られた頂点を選んだとき、最も遠い頂点は矢印で示した頂点
距離は 4

前提知識

- **木の中心:** 最も遠い頂点までの距離が最小となる頂点のこと
- 中心は 1 個または 2 個存在する

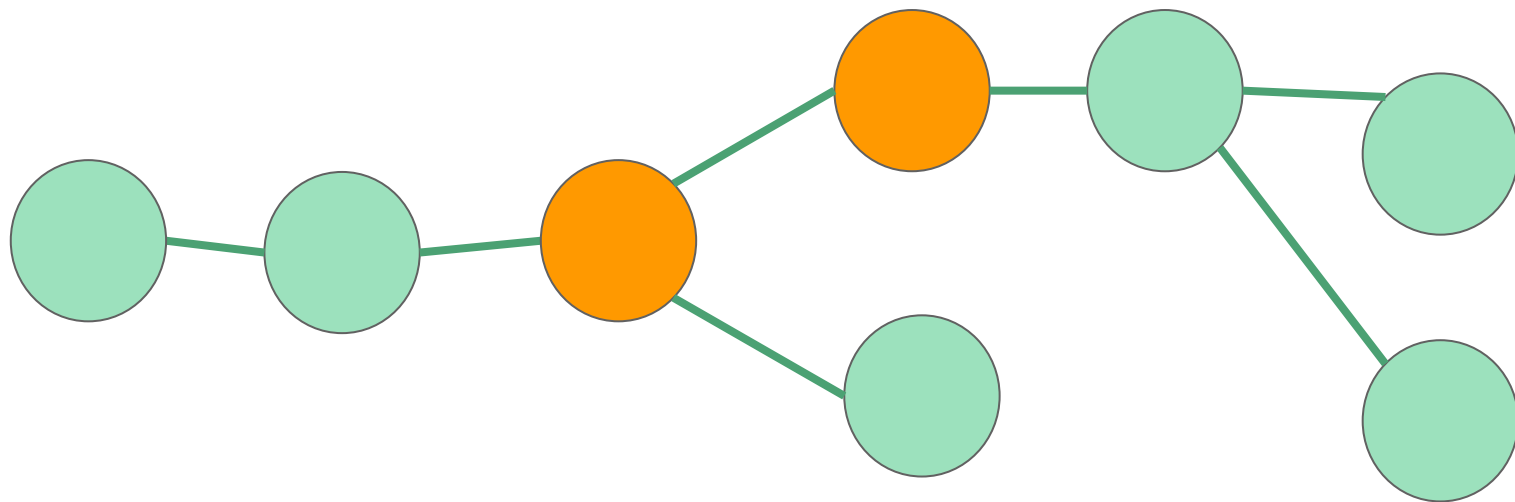


橙色で塗られた頂点を選んだとき、最も遠い頂点は矢印で示した頂点
距離は 3

最も遠い頂点との距離がこれより小さくなるものは存在しないので、**この頂点は木の中心**

前提知識

- 木の**中心**: 最も遠い頂点までの距離が最小となる頂点のこと
- 中心は 1 個または 2 個存在する



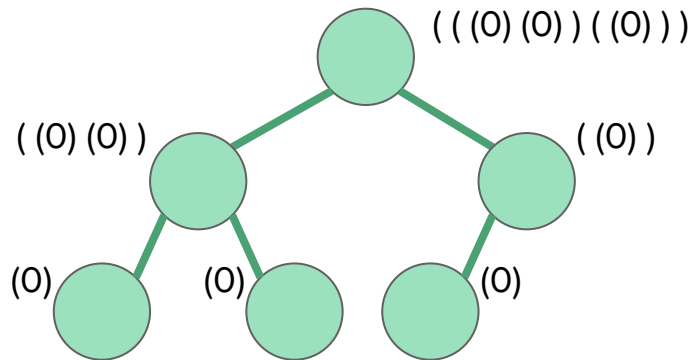
この木は中心を 2 個持つ

解法

- (必須ではないが) 各辺の間に頂点を1つ追加しておく
 - これをすることで木の直径が偶数になり、木の中心が一意に定まる
- 木の中心を根とした根付き木を考える
- 木 T に対する答え $f(T)$ は、根の直下に t_1 に同型な部分木が c_1 個、 t_2 に同型な部分木が c_2 個、... あったとすると、以下のように求められる

$$f(T) = f(t_1)^{c_1} \times c_1! \times f(t_2)^{c_2} \times c_2! \times \dots$$

- 根付き木の同型性判定は [AHU algorithm](#) などで行える



統計情報

- Acceptances
 - 15 teams
- First Acceptance
 - onsite: TLE_WARLD (74 min)
 - online: Heno World (99 min)