

# C: Camp room assignment

---

原案 : beet

問題文 : chatGPT (w/ riantkb)

データセット : beet

解答 : beet, hos, kotatsugame, tatyam

## 問題概要

- 整数  $M$  が与えられる
- $n = 1, \dots, M$  について、「長さ  $2n$  の整数列であって、以下の条件を全て満たすもの」の個数を求めよ
  - 各要素は  $1$  以上  $M$  以下
  - $1 \sim M$  それぞれの出現回数が  $n$  回以下
    - 例:  $[1, 2, 1, 2] \rightarrow \text{OK}$ ,  $[2, 2, 2, 1] \rightarrow \text{NG}$

## 考察

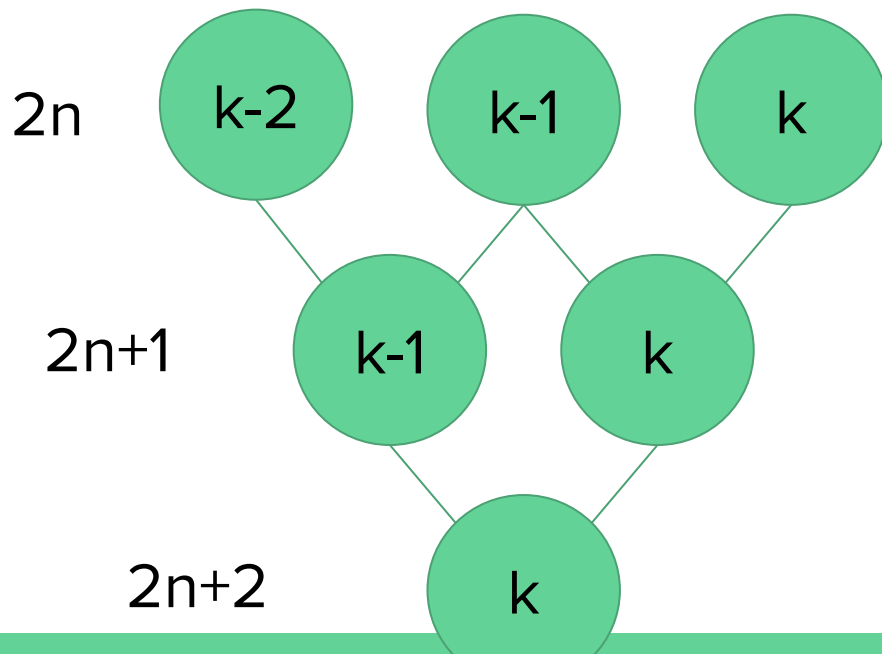
- 補集合:「 $n$  回より多く登場する整数が存在するような列」の個数を求める
  - $n$  回より多く登場する整数は高々一つ
    - $(n + 1) + (n + 1) > 2n$
  - 対称性から「1 が過半数を占める列」の個数の  $M$  倍になる
    - 「1 が過半数を占める列」と「2 が過半数を占める列」の個数は同じ

## 解法 (FPS)

- 1に関する指数型母関数:  $f(x) = e^x$ 
  - 次数  $i$  の項の係数は  $1 / i!$
- $2 \sim M$ に関する指数型母関数:  $g(x) = (e^x)^{(M-1)} = e^{((M-1)x)}$ 
  - 次数  $i$  の項の係数は  $(M-1)^i / i!$
- 「f側の項の次数」が「g側の項の次数」より大きいところに関して畳み込み
  - 分割統治
    - $f$  の  $[l, m)$  次の項と  $g$  の  $[m, r)$  次の項を畳み込むのを再帰的にやる
    - $O(M \log^2 M)$

## 解法 (算数)

- $\sum_{0 \leq k < n} \text{binom}(2n, k) (M-1)^k$ 
  - $\text{binom}(2(n+1), k) = \text{binom}(2n, k-2) + 2 \text{binom}(2n, k-1) + \text{binom}(2n, k)$   
を使って順番に計算する
  - 全体で  $O(M)$



# 統計情報

- Acceptances
  - 8 + 3 teams
- First Acceptance
  - tonosama (59 min)