D: IPvK

解説: beet

はじめに

- 問題文中の IPvK の定義は現実に即していない
  - IPv6 は 16 byte

- 区切り文字の . が積の記号に見えなくもないという裏設定がある

問題概要

- 以下の値を求めよ
  - 多項式 f(x) に対し、[x^n] f(x) は f(x) の n 次の項の係数を表す

$$[x^N]\left(\sum_{i=0}^{255} i x^i\right)^K \mod 998244353$$

- K <= 2000, N <= K * 255

解法

1. 畳み込み（考察不要、実装重め）
2. 式変形→二項係数（実装軽め）
3. DP（実装軽め、実行時間重め）

- ICPC では、実装の3倍の時間を考察に使える
    - パソコン１台に対し人間３人
    - 複数の方針を検討するとよい

解法1: 畳み込み

- 多項式の積を高速に計算するアルゴリズムを用いる
  - Fast Fourier Transform (FFT)
  - Number Theoretic Transform (NTT)

- 繰り返し二乗法で O(N log N log K)
  - 変換後に各点で K 乗して戻すと O(N (log N + log K)) になる

解法2: 式変形→二項係数

- （FPS での）式変形をする
  - 考え方1: 階差を取る
  - 考え方2: (1-x^256)/(1-x) を微分する

$$\left(\sum_{i=0}^{255} ix^i\right)^K = \left(\frac{x-256x^{256}+255x^{257}}{(1-x)^2}\right)^K$$

$$= \frac{(x-256x^{256}+255x^{257})^K}{(1-x)^{2K}}$$

解法2: 式変形→二項係数(続き)

- 分子
  - 項数が 3 → O(K^2) で計算できる

$$\left(x - 256x^{256} + 255x^{257}\right)^K$$
$$= \sum_i \sum_j \binom{K}{i} \binom{K-i}{j} x^i (-256x^{256})^j (255x^{257})^{K-i-j}$$

- 分母
  - 2K 回累積和を取ることに相当する
  - 分子の i 次の項は $\binom{(N-i)+(2K-1)}{2K-1}$ 回足される(重複組み合わせ)

解法3: DP

- DP[i][j] := i 人目の候補者まで得票数が決まっていて、それまでの投票数の合計が j のときの積の和
    - 状態 O(KN)、遷移 255 通り
    - 2 次の imos 法を使うと遷移が O(1) になる

- 最悪ケースでも NK = 1e9 程度のため、数秒で終わる
    - 全体でも数分で終わる

統計

- First CORRECT: suzukaze_Aobayama (33m22s)
  - 解法3: DP
- First CONGRATULATIONS: tonosama (41m43s)
  - 解法2: 式変形→二項係数